

# KONSTRUKCJE BUDOWLANE

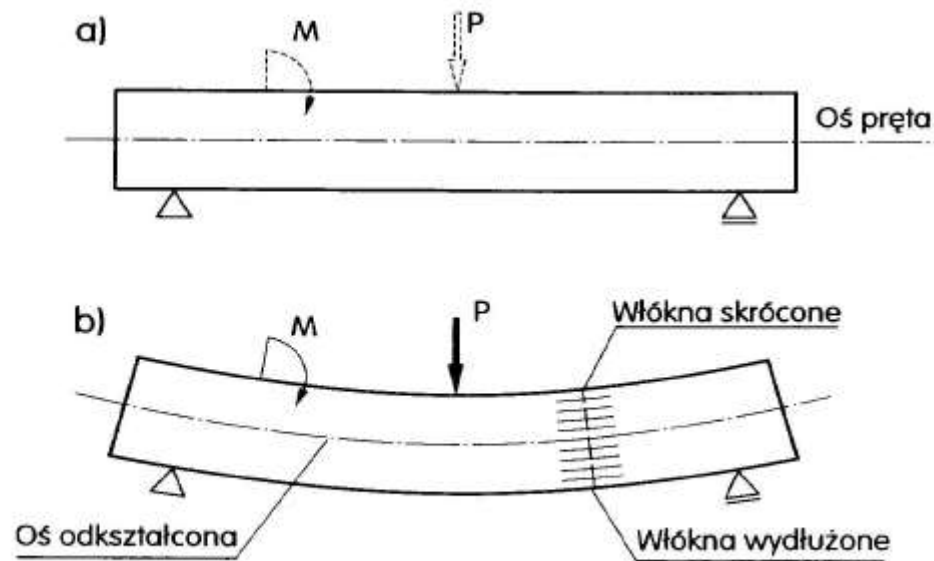
## PROJEKTOWANIE ZGINANYCH BELEK DREWNIANYCH

Mgr inż. Angelika Raczak

## WIADOMOŚCI OGÓLNE

O **zginaniu** mówimy wówczas, gdy prosta początkowo oś pręta ulega pod wpływem obciążenia zakrzywieniu, przy czym włókna pręta od strony wypukłej ulegają wydłużeniu, a od strony wklęsłej skróceniu. Zginaniu podlegają te elementy konstrukcji prętowych, w których spośród sił przekrojowych występują:

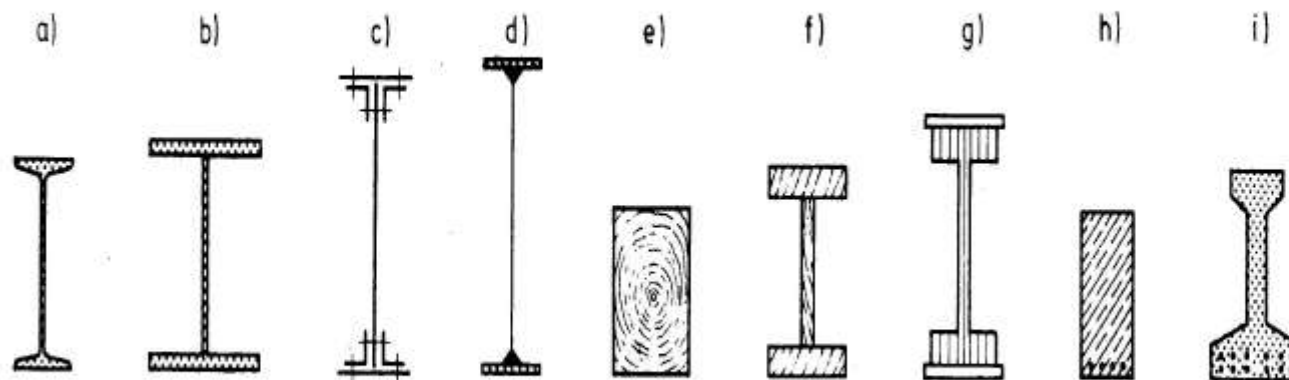
- Wyłącznie momenty zginające  $M$  – **zginanie czyste**
- Równocześnie momenty zginające  $M$  i siły poprzeczne  $V$  – **zginanie ze ścinaniem**



Rys. 1.

## Elementy zginane

Zginanie czyste występuje w konstrukcjach budowlanych bardzo rzadko, nie ma więc znaczenia praktycznego. Zwykle ten drugi przypadek zginania (zginanie ze ścinaniem) występuje w belkach, które są elementami najczęściej tworzącymi konstrukcje budowlane. Mogą one być elementami nośnymi stropów, schodów, konstrukcji dachów, belek nadproży itd. Obciążenie belki jest najczęściej prostopadłe do jej osi, więc w przekrojach poprzecznych występują zarówno momenty zginające, jak i siły poprzeczne. Ponieważ zazwyczaj to właśnie moment zginający wywiera decydujący wpływ na sposób pracy belek, określa się je mianem elementów zginanych. Można stosować różne przekroje poprzeczne belek zginanych, pokazano je na rys. 2.



Rys. 2.

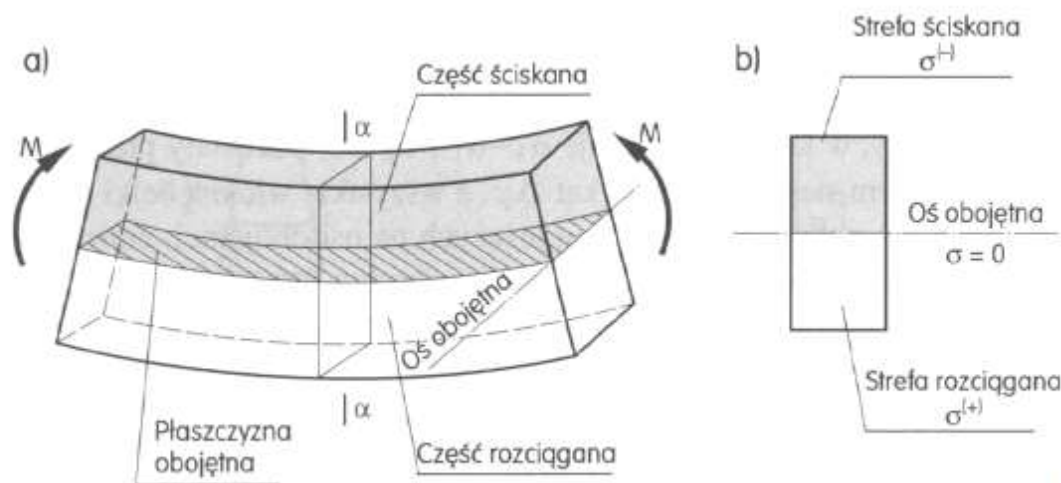
## Elementy zginane – belki zginane

Jak wcześniej wspomniano włókna od strony wypukłej odkształconego pręta ulegają wydłużeniu, a od strony wklęsłej skróceniu, rozgranicza je warstwa włókien, których długość nie ulega zmianie. Warstwę tę nazywamy powierzchnią obojętną, a jej ślad w przekroju poprzecznym nosi nazwę osi obojętnej – rys. 4.

Płaszczyzna obojętna dzieli element zginany na dwie części (rys. 4.):

- **Rozciągana** – obejmująca włókna wydłużone na skutek odkształcenia
- **Ściskana** – obejmująca włókna skrócone w wyniku odkształcenia pręta.

Oś obojętna dzieli przekrój zginanego pręta na dwie strefy: ściskaną i rozciąganą (rys. 4 i 5.).



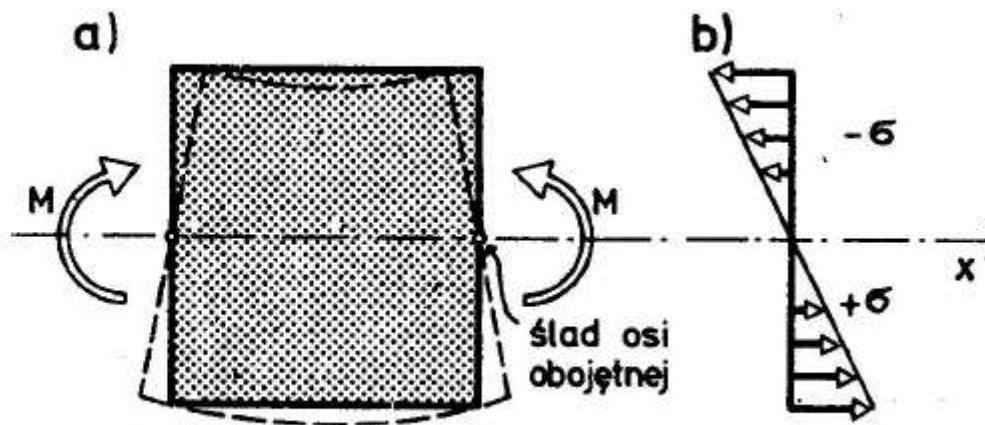
Rys. 4.

**Oś obojętna**  
**Strefa rozciągana**  
**i ściskana**



Na podstawie dokonanych spostrzeżeń można stwierdzić, że we włóknach zginanego pręta występują naprężenia normalne  $\sigma$  - prostopadłe do pł. przekroju, będą to naprężenia różnych znaków:

- dodatnie  $\sigma^+$  – rozciągające, w strefie rozciąganej przekroju poprzecznego pręta zginanego,
- ujemne  $\sigma^-$  – ściskające, w strefie ściskanej przekroju poprzecznego pręta zginanego,
- równe zero – na osi obojętnej przekroju.



**Oś obojętna**

**Strefa rozciągana  
i ściskana**

**Naprężenia normalne**

Na podstawie prawa Hooke'a, który wyraża związek pomiędzy naprężeniami i odkształceniami można wyprowadzić wzór na naprężenia normalne  $\sigma$  w dowolnym włóknie belki (pręta) zginanego oddalonym o  $z_i$  od osi obojętnej:

$$\sigma_i = \frac{M z_i}{I_y},$$

w którym:

$M$  – moment zginający w rozpatrywanym przekroju pręta,

$z_i$  – współrzędna włókna  $i$ ,

$I_y$  – moment bezwładności pola przekroju poprzecznego względem osi obojętnej – względem osi głównej środkowej przekroju, która pokrywa się ze śladem płaszczyzny obojętnej w przekroju poprzecznym pręta zginanego.

Naprężenia  $\sigma$  będą największe wtedy, gdy  $z_i$  będzie największe, a więc w skrajnych włóknach górnych i dolnych

$$\sigma_g = -\frac{M}{\frac{I_y}{z_g}}, \quad \sigma_d = +\frac{M}{\frac{I_y}{z_d}},$$

## NAPRĘŻENIA PRZY ZGINANIU

Z wytrzymałości materiałów wiadomo, że wyrażenia:

$$W_g = \frac{I_y}{z_g}, \quad W_d = \frac{I_y}{z_d},$$

są wskaźnikami wytrzymałości na zginanie przekroju względem osi obojętnej.

Wobec powyższego:

$$\sigma_g = -\frac{M}{W_g}, \quad \sigma_d = +\frac{M}{W_d}$$

Jeżeli przekrój belki jest również symetryczny względem osi obojętnej, wówczas:

$$W_g = W_d = W_y,$$

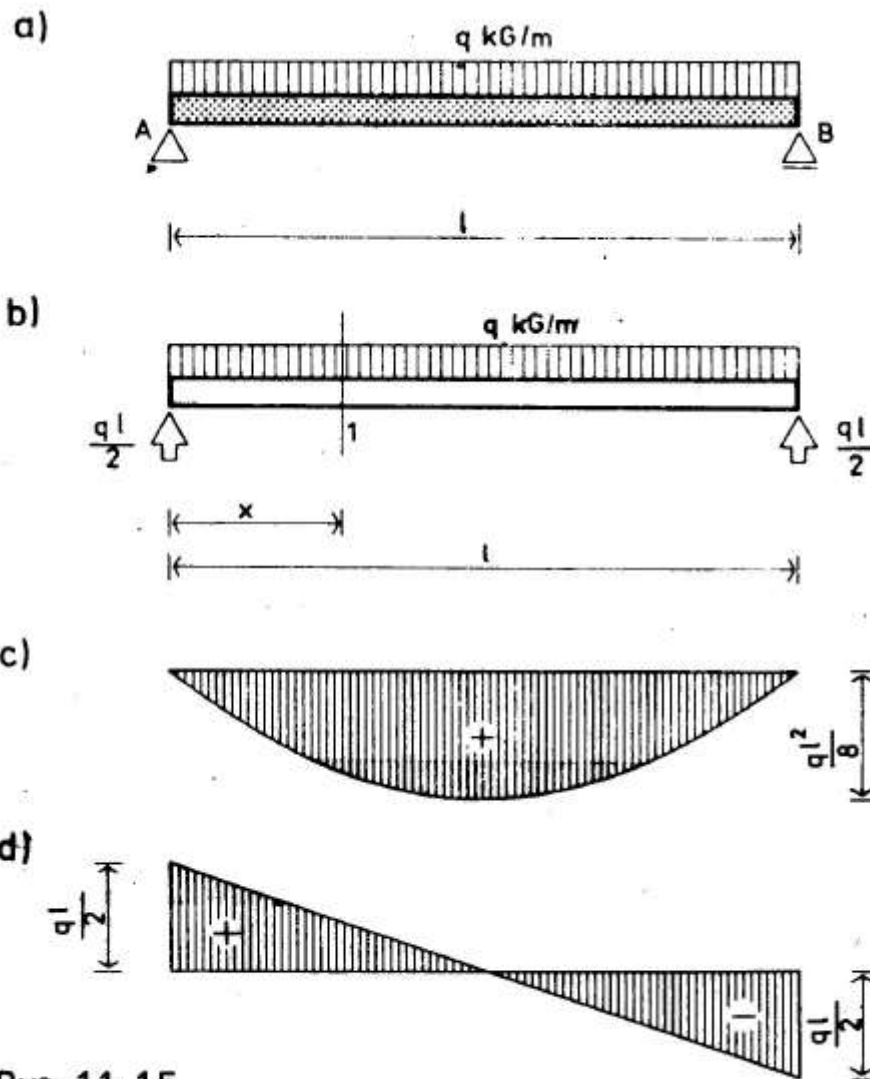
zaś naprężenia maksymalne we włóknach skrajnych mają tę samą wartość liczbową, mianowicie:

$$\sigma_{max} = \mp \frac{M}{W_y}$$

## PODSTAWOWE WZORY

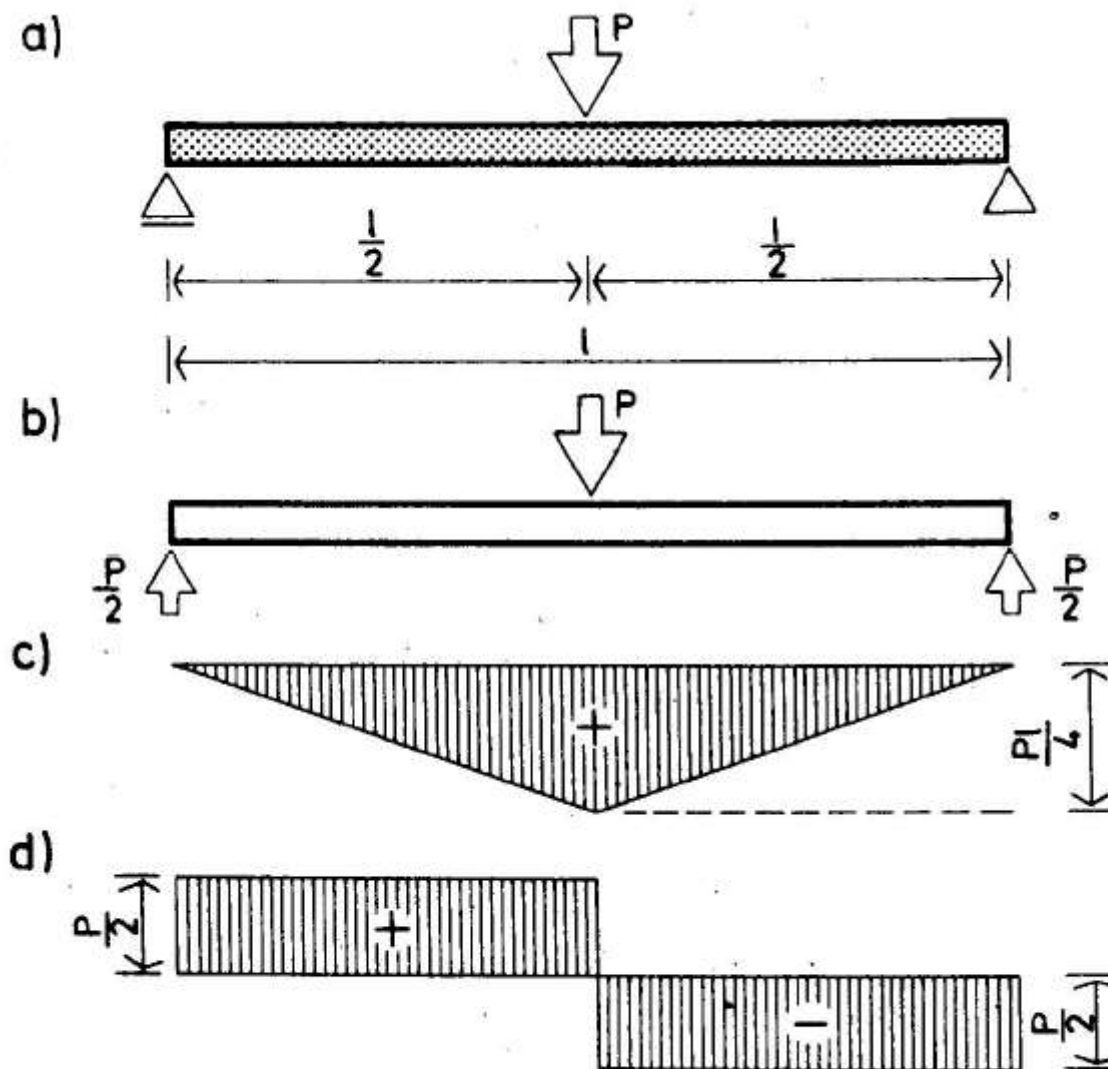
## CZyste ZGINAIE

# SIŁY WEWNĘTRZNE BELKA PROSTA (WOLNOPODPARTA)

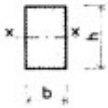

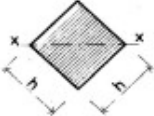
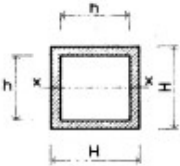




**SIŁY  
WEWNĘTRZNE  
BELKA PROSTA  
(WOLNOPODPARTA)**



### CHARAKTERYSTYKI WYBRANYCH PRZEKROJÓW POPRZECZNYCH

| Przekrój  | Powierzchnia przekroju $A$ | Położenie środka ciężkości $c_x$ | Moment bezwładności $I_x$ | Wskaźnik wytrzymałości na zginanie $W_x$ |
|---|----------------------------|----------------------------------|---------------------------|--|
|    | $bh$                       | $\frac{h}{2}$                    | $\frac{bh^3}{12}$         | $\frac{bh^2}{6}$                         |
|    | $h^2$                      | $\frac{h}{2}$                    | $\frac{h^4}{12}$          | $\frac{h^3}{6}$                          |
|   | $h^2$                      | $\frac{h}{\sqrt{2}}$             | $\frac{h^4}{12}$          | $\frac{\sqrt{2}}{12} h^3 = 0,12h^3$      |
|  | $H^2 - h^2$                | $\frac{H}{2}$                    | $\frac{H^4 - h^4}{12}$    | $\frac{H^4 - h^4}{6H}$                   |

### PARAMETRY GEOMETRYCZNE PRZEKROJÓW

Jak podano wyżej wskaźnik wytrzymałości przekroju prostokątnego  $W_y$  określa się ze wzoru:

$$W_y = \frac{b h^2}{6},$$

Warunek stanu granicznego nośności (wytrzymałości) belki zginanej z drewna:

$$\sigma_{max} = \mp \frac{M}{W_y} \leq f_{m,d}$$

Wzór na określenie potrzebnej wysokości belki zginanej z drewna:

$$h \geq \sqrt{\frac{6 M}{b f_{m,d}}}$$

Projektowanie  
belek zginanych  
z drewna

SGN – STAN  
GRANICZNY  
NOŚNOŚCI

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod} f_{m,k}}{\gamma_M}$$

$f_{m,d}$  – WYTRZYMAŁOŚĆ OBLICZENIOWA DREWNA NA ZGINANIE

$f_{m,k}$  – WYTRZYMAŁOŚĆ CHARAKTERYSTYCZNA DREWNA NA ZGINANIE

$f_{m,k}$  = WARTOŚCI LICZBOWEJ OKREŚLAJĄCEJ KLASĘ DREWNA

np. **C24**  $\longrightarrow$   $f_{m,k} = 24 \text{ MPa}$

$\gamma_M$  CZĘŚCIOWY WSPÓŁCZYNNIK WŁAŚCIWOŚCI MATERIAŁU

$k_{mod}$  WSPÓŁCZYNNIK MODYFIKUJĄCY WYTRZYMAŁOŚĆ ZALEŻNY  
OD CZASU TRWANIA OBCIĄŻENIA I WILGOTNOŚCI – KLASY  
UŻYTKOWANIA KONSTRUKCJI PRZYJMOWANY DLA OBCIĄŻENIA  
O NAJKRÓTSZYM CZASIE DZIAŁANIA

SGN  
KONSTRUKCJI  
DREWNIANYCH  
WYTRZYMAŁOŚĆ  
OBLICZENIOWA  
DREWNA NA  
ZGINANIE



## KLASY TRWANIA OBCIĄŻENIA

(1)P Klasy trwania obciążenia charakteryzuje oddziaływanie obciążenia stałego w ciągu określonego czasu w okresie użytkowania konstrukcji. W przypadku oddziaływań zmiennych, odpowiednia klasa powinna być określona na podstawie oszacowania typowej zmienności obciążenia w czasie.

(2)P W obliczeniach dotyczących wytrzymałości i sztywności konstrukcji oddziaływania powinny być zaliczone do jednej z klas trwania obciążenia wymienionych w tablicy 2.1.

**Tablica 2.1 – Klasy trwania obciążenia**

| <b>Klasa trwania obciążenia</b> | <b>Rząd wielkości skumulowanego trwania obciążenia charakterystycznego</b> |
|---------------------------------|--|
| Stale                           | ponad 10 lat   |
| Długotrwałe                     | 6 miesięcy – 10 lat  |
| Średniotrwałe                   | 1 tydzień – 6 miesięcy   |
| Krótkotrwałe                    | Mniej niż 1 tydzień  |
| Chwilowe                        |  |

UWAGA: Przykłady obciążeń zaliczonych do odpowiednich klas trwania obciążenia podano w tablicy 2.2. Ze względu na różnice obciążeń klimatycznych (śnieg, wiatr) w poszczególnych krajach, informacje dotyczące czasu ich trwania mogą być wyszczególnione w Załączniku Krajowym.

**Tablica 2.2 – Przykłady zaliczania obciążeń do klas trwania obciążenia**

| <b>Klasa trwania obciążenia</b> | <b>Rząd wielkości skumulowanego trwania obciążenia charakterystycznego</b> |
|---------------------------------|--|
| Stałe                           | ciężar własny  |
| Długotrwałe                     | obciążenie magazynu (składowanie)  |
| Średniotrwałe                   | obciążenie użytkowe, śnieg   |
| Krótkotrwałe                    | <del>śnieg</del> , wiatr   |
| Chwilowe                        | <del>wiatr</del> , obciążenie awaryjne                                     |

## KLASY UŻYTKOWANIA (UŻYTKOWA) KONSTRUKCJI

- KLASA UŻYTKOWANIA PIERWSZA** – WILGOTNOŚĆ WZGLĘDNA OTACZAJĄCEGO POWIETRZA MNIEJSZA OD 65%
- KLASA UŻYTKOWANIA DRUGA** – WILGOTNOŚĆ WZGLĘDNA OTACZAJĄCEGO POWIETRZA MNIEJSZA OD 85%
- KLASA UŻYTKOWANIA TRZECIA** – WILGOTNOŚĆ DREWNA WYŻSZA NIŻ ODPOWIADAJĄCA KLASIE UŻYTKOWANIA 2.

**Tablica 3.1 – Wartości współczynnika  $k_{mod}$**

| Materiał                   | Norma  | Klasa użytkowa | Klasa czasu trwania obciążenia |                           |                               |                            |                    |
|----------------------------|--|----------------|--------------------------------|---------------------------|-------------------------------|----------------------------|--------------------|
|                            |  |                | Działanie stałe                | Działanie długo-terminowe | Działanie o średniej długości | Działanie krótko-terminowe | Działanie chwilowe |
| Drewno lite                | EN 14081-1   | 1              | 0,60                           | 0,70                      | 0,80                          | 0,90                       | 1,10               |
|                            |  | 2              | 0,60                           | 0,70                      | 0,80                          | 0,90                       | 1,10               |
|                            |  | 3              | 0,60                           | 0,55                      | 0,65                          | 0,70                       | 0,90               |
| Drewno klejone warstwowo   | EN 14080   | 1              | 0,60                           | 0,70                      | 0,80                          | 0,90                       | 1,10               |
|                            |  | 2              | 0,60                           | 0,70                      | 0,80                          | 0,90                       | 1,10               |
|                            |  | 3              | 0,50                           | 0,55                      | 0,65                          | 0,70                       | 0,90               |
| Deska LVL                  | EN 14374, EN14279  | 1              | 0,60                           | 0,70                      | 0,80                          | 0,90                       | 1,10               |
|                            |  | 2              | 0,60                           | 0,70                      | 0,80                          | 0,90                       | 1,10               |
|                            |  | 3              | 0,50                           | 0,55                      | 0,65                          | 0,70                       | 0,90               |
| Sklejka                    | EN 636<br>Część 1, Część 2, Część 3<br>Część 2, Część 3<br>Część 3   | 1              | 0,60                           | 0,70                      | 0,80                          | 0,90                       | 1,10               |
|                            |  | 2              | 0,60                           | 0,70                      | 0,80                          | 0,90                       | 1,10               |
|                            |  | 3              | 0,50                           | 0,55                      | 0,65                          | 0,70                       | 0,90               |
| Płyta OSB                  | EN 300<br>OSB/2<br>OSB/3, OSB/4<br>OSB/3, OSB/4                      | 1              | 0,30                           | 0,45                      | 0,65                          | 0,85                       | 1,10               |
|                            |  | 1              | 0,40                           | 0,50                      | 0,70                          | 0,90                       | 1,10               |
|                            |  | 2              | 0,30                           | 0,40                      | 0,55                          | 0,70                       | 0,90               |
| Płyta wiórowa              | EN 312<br>Część 4, Część 5<br>Część 5<br>Część 6, Część 7<br>Część 7 | 1              | 0,30                           | 0,45                      | 0,65                          | 0,85                       | 1,10               |
|                            |  | 2              | 0,20                           | 0,30                      | 0,45                          | 0,60                       | 0,80               |
|                            |  | 1              | 0,40                           | 0,50                      | 0,70                          | 0,90                       | 1,10               |
|                            |  | 2              | 0,30                           | 0,40                      | 0,55                          | 0,70                       | 0,90               |
| Płyta pilśniowa, twarda    | EN 622-2<br>HB.LA, HB.HLA 1 i 2<br>HB.HLA1 i 2                       | 1              | 0,30                           | 0,45                      | 0,65                          | 0,85                       | 1,10               |
|                            |  | 2              | 0,20                           | 0,30                      | 0,45                          | 0,60                       | 0,80               |
| Płyta pilśniowa, półtwarda | EN 622-3<br>MBH.LA1 i 2<br>MBH.HLS1 i 2<br>MBH.HLS1 i 2              | 1              | 0,20                           | 0,40                      | 0,60                          | 0,80                       | 1,10               |
|                            |  | 1              | 0,20                           | 0,40                      | 0,60                          | 0,80                       | 1,10               |
|                            |  | 2              | -                              | -                         | -                             | 0,45                       | 0,80               |
| Płyta pilśniowa, MDF       | EN 622-5<br>MDF.LA, MDF.HLS<br>MDF.HLS                               | 1              | 0,20                           | 0,40                      | 0,60                          | 0,80                       | 1,10               |
|                            |  | 2              | -                              | -                         | -                             | 0,45                       | 0,80               |

(4) Dla zamontowanego drewna o wilgotności równej punktowi nasycenia włókien lub w stanie zbliżonym do niego, a które może ulec wysuszeniu pod obciążeniem, wartości  $k_{def}$  podane w Tablicy 3.2, należy powiększyć o 1,0.



Tablica 3.1 – Wartości współczynnika  $k_{mod}$

| Materiał                 | Norma      | Klasa użytkowa | Klasa czasu trwania obciążenia |                           |                               |                            |                    |
|--------------------------|------------|----------------|--------------------------------|---------------------------|-------------------------------|----------------------------|--------------------|
|                          |            |                | Działanie stałe                | Działanie długo-terminowe | Działanie o średniej długości | Działanie krótko-terminowe | Działanie chwilowe |
| Drewno lite              | EN 14081-1 | 1              | 0,60                           | 0,70                      | 0,80                          | 0,90                       | 1,10               |
|                          |            | 2              | 0,60                           | 0,70                      | 0,80                          | 0,90                       | 1,10               |
|                          |            | 3              | 0,60                           | 0,55                      | 0,65                          | 0,70                       | 0,90               |
| Drewno klejone warstwowo | EN 14080   | 1              | 0,60                           | 0,70                      | 0,80                          | 0,90                       | 1,10               |
|                          |            | 2              | 0,60                           | 0,70                      | 0,80                          | 0,90                       | 1,10               |
|                          |            | 3              | 0,50                           | 0,55                      | 0,65                          | 0,70                       | 0,90               |

Przykładowo dla drugiej klasy użytkowania konstrukcji przy projektowaniu belki stropu w pomieszczeniach mieszkalnych, gdzie najkrócej działającym obciążeniem jest obciążenie zmienne – użytkowe zaliczane do średniotrwalej klasy trwania obciążenia  $k_{mod} = 0,80$

SGN  
KONSTRUKCJI  
DREWNIANYCH  
WSPÓŁCZYNNIK  
 $k_{mod}$

**Tablica 2.3 – Zalecane wartości częściowych współczynników wartości materiału ( $\gamma_M$ )**

| Stany graniczne nośności  | $\gamma_M$ |
|---------------------------|------------|
| Kombinacje podstawowe     |            |
| Drewno lite               | 1,3        |
| Drewno klejone warstwowo  | 1,25       |
| LVL, sklejka, płyty OSB   | 1,2        |
| Płyty wiórowe             | 1,3        |
| Płyty pilśniowe twarde    | 1,3        |
| Płyty pilśniowe półtwarde | 1,3        |
| Płyty pilśniowe miękkie   | 1,3        |
| Złącza                    | 1,3        |
| Płytki kolczaste          | 1,25       |
| Kombinacje wyjątkowe      | 1,0        |

SGN  
KONSTRUKCJI  
DREWNIANYCH

WSPÓŁCZYNNIK  $\gamma_M$

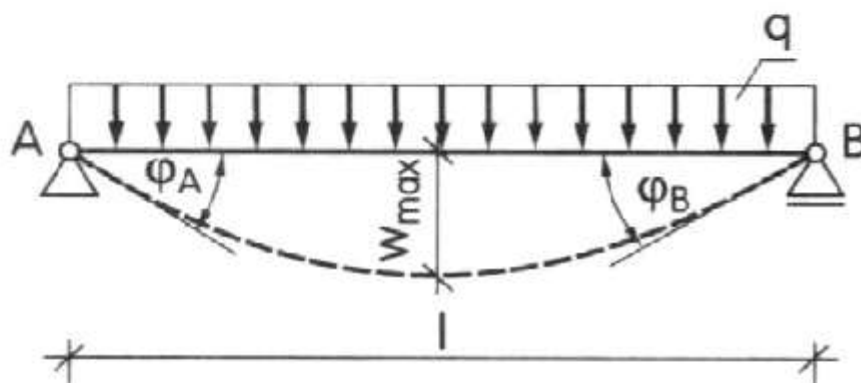
**Tablica 1 – Klasy wytrzymałości – Wartości charakterystyczne**

|  |               | Topola i gatunki iglaste |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      | Gatunki liściaste |      |      |      |      |      |  |
|--|---------------|--------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------------------|------|------|------|------|------|--|
|  |               | C14                      | C16  | C18  | C20  | C22  | C24  | C27  | C30  | C35  | C40  | C45  | C50  | D30               | D35  | D40  | D50  | D60  | D70  |  |
| Właściwości wytrzymałościowe (w N/mm <sup>2</sup> )  |               |                          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                   |      |      |      |      |      |  |
| Zginanie   | $f_{m,k}$     | 14                       | 16   | 18   | 20   | 22   | 24   | 27   | 30   | 35   | 40   | 45   | 50   | 30                | 35   | 40   | 50   | 60   | 70   |  |
| Rozciąganie wzdłuż włókien   | $f_{t0,k}$    | 8                        | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 16   | 18   | 21   | 24   | 27   | 30   | 18                | 21   | 24   | 30   | 36   | 42   |  |
| Rozciąganie w poprzek włókien  | $f_{t90,k}$   | 0,4                      | 0,5  | 0,5  | 0,5  | 0,5  | 0,5  | 0,6  | 0,6  | 0,6  | 0,6  | 0,6  | 0,6  | 0,6               | 0,6  | 0,6  | 0,6  | 0,6  | 0,6  |  |
| Ściskanie wzdłuż włókien   | $f_{c0,k}$    | 16                       | 17   | 18   | 19   | 20   | 21   | 22   | 23   | 25   | 26   | 27   | 29   | 23                | 25   | 26   | 29   | 32   | 34   |  |
| Ściskanie w poprzek włókien  | $f_{c90,k}$   | 2,0                      | 2,2  | 2,2  | 2,3  | 2,4  | 2,5  | 2,6  | 2,7  | 2,8  | 2,9  | 3,1  | 3,2  | 8,0               | 8,4  | 8,8  | 9,7  | 10,5 | 13,5 |  |
| Ścinanie   | $f_{vk}$      | 1,7                      | 1,8  | 2,0  | 2,2  | 2,4  | 2,5  | 2,8  | 3,0  | 3,4  | 3,8  | 3,8  | 3,8  | 3,0               | 3,4  | 3,8  | 4,6  | 5,3  | 6,0  |  |
| Właściwości sprężyste (w kN/mm <sup>2</sup> )  |               |                          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                   |      |      |      |      |      |  |
| Średni moduł sprężystości wzdłuż włókien   | $E_{0,mean}$  | 7                        | 8    | 9    | 9,5  | 10   | 11   | 11,5 | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 10                | 10   | 11   | 14   | 17   | 20   |  |
| 5 % kwantyl modułu sprężystości wzdłuż włókien   | $E_{0,05}$    | 4,7                      | 5,4  | 6,0  | 6,4  | 6,7  | 7,4  | 7,7  | 8,0  | 8,7  | 9,4  | 10,0 | 10,7 | 8,0               | 8,7  | 9,4  | 11,8 | 14,3 | 16,8 |  |
| Średni moduł sprężystości w poprzek włókien  | $E_{90,mean}$ | 0,23                     | 0,27 | 0,30 | 0,32 | 0,33 | 0,37 | 0,38 | 0,40 | 0,43 | 0,47 | 0,50 | 0,53 | 0,64              | 0,69 | 0,75 | 0,93 | 1,13 | 1,33 |  |
| Średni moduł odkształcenia postaciowego  | $G_{mean}$    | 0,44                     | 0,5  | 0,56 | 0,59 | 0,63 | 0,69 | 0,72 | 0,75 | 0,81 | 0,88 | 0,94 | 1,00 | 0,60              | 0,65 | 0,70 | 0,88 | 1,06 | 1,25 |  |
| Gęstość (w kg/m <sup>3</sup> )   |               |                          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                   |      |      |      |      |      |  |
| Gęstość charakt.   | $\rho_k$      | 290                      | 310  | 320  | 330  | 340  | 350  | 370  | 380  | 400  | 420  | 440  | 460  | 530               | 560  | 590  | 650  | 700  | 900  |  |
| Średnia gęstość  | $\rho_{mean}$ | 350                      | 370  | 380  | 390  | 410  | 420  | 450  | 460  | 480  | 500  | 520  | 550  | 640               | 670  | 700  | 780  | 840  | 1080 |  |
| UWAGA: a Podane wyżej wartości wytrzymałości na rozciąganie, ściskanie, ścinanie, 5 % kwantylu modułu sprężystości, średniego modułu sprężystości oraz średniego modułu odkształcenia postaciowego zostały obliczone z zastosowaniem wzorów podanych w załączniku A. |               |                          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                   |      |      |      |      |      |  |
| b Właściwości zamieszczone w tablicy są określone dla wilgotności drewna odpowiadającej temperaturze 20 °C i wilgotności powietrza 65 %.   |               |                          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                   |      |      |      |      |      |  |
| c Zachodzi możliwość ograniczonej dostępności drewna klas C45 i C50.   |               |                          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                   |      |      |      |      |      |  |

|  |               | Topola i gatunki iglaste |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--|---------------|--------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|  |               | C14                      | C16  | C18  | C20  | C22  | C24  | C27  | C30  | C35  | C40  | C45  | C50  |
| Właściwości wytrzymałościowe (w N/mm <sup>2</sup> )  |               |                          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| Zginanie   | $f_{m,k}$     | 14                       | 16   | 18   | 20   | 22   | 24   | 27   | 30   | 35   | 40   | 45   | 50   |
| Rozciąganie<br>wzdłuż włókien                        | $f_{t,0,k}$   | 8                        | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 16   | 18   | 21   | 24   | 27   | 30   |
| Rozciąganie<br>w poprzek włókien                     | $f_{t,90,k}$  | 0,4                      | 0,5  | 0,5  | 0,5  | 0,5  | 0,5  | 0,6  | 0,6  | 0,6  | 0,6  | 0,6  | 0,6  |
| Ściskanie<br>wzdłuż włókien                          | $f_{c,0,k}$   | 16                       | 17   | 18   | 19   | 20   | 21   | 22   | 23   | 25   | 26   | 27   | 29   |
| Ściskanie<br>w poprzek włókien                       | $f_{c,90,k}$  | 2,0                      | 2,2  | 2,2  | 2,3  | 2,4  | 2,5  | 2,6  | 2,7  | 2,8  | 2,9  | 3,1  | 3,2  |
| Ścinanie   | $f_{v,k}$     | 1,7                      | 1,8  | 2,0  | 2,2  | 2,4  | 2,5  | 2,8  | 3,0  | 3,4  | 3,8  | 3,8  | 3,8  |
| Właściwości sprężyste (w kN/mm <sup>2</sup> )        |               |                          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| Średni moduł<br>sprężystości<br>wzdłuż włókien       | $E_{0,mean}$  | 7                        | 8    | 9    | 9,5  | 10   | 11   | 11,5 | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   |
| 5 % kwantyl modułu<br>sprężystości wzdłuż<br>włókien | $E_{0,05}$    | 4,7                      | 5,4  | 6,0  | 6,4  | 6,7  | 7,4  | 7,7  | 8,0  | 8,7  | 9,4  | 10,0 | 10,7 |
| Średni moduł<br>sprężystości<br>w poprzek włókien    | $E_{90,mean}$ | 0,23                     | 0,27 | 0,30 | 0,32 | 0,33 | 0,37 | 0,38 | 0,40 | 0,43 | 0,47 | 0,50 | 0,53 |
| Średni moduł<br>odkształcenia<br>postaciowego        | $G_{mean}$    | 0,44                     | 0,5  | 0,56 | 0,59 | 0,63 | 0,69 | 0,72 | 0,75 | 0,81 | 0,88 | 0,94 | 1,00 |
| Gęstość (w kg/m <sup>3</sup> )                       |               |                          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| Gęstość charakt.                                     | $\rho_k$      | 290                      | 310  | 320  | 330  | 340  | 350  | 370  | 380  | 400  | 420  | 440  | 460  |
| Średnia gęstość                                      | $\rho_{mean}$ | 350                      | 370  | 380  | 390  | 410  | 420  | 450  | 460  | 480  | 500  | 520  | 550  |



Przez linię ugięcia rozumiemy zakrzywioną oś belki powstałą na skutek obciążenia. Odległość między punktami na osi belki przed i po odkształceniu nazywamy ugięciami lub rzędnymi linii ugięcia, zwanej także osią odkształconą.

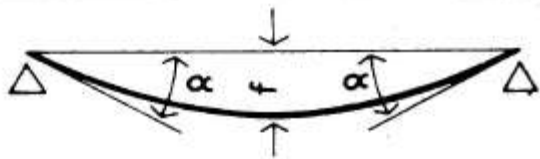
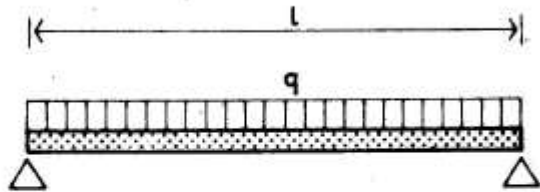
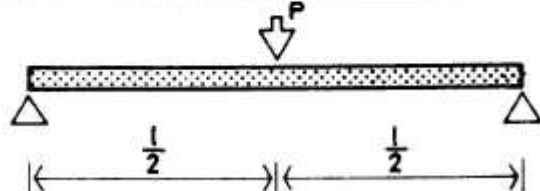


Przy projektowaniu konstrukcji nie można dopuścić do zbyt dużych ugięć belek nie tylko ze względów estetycznych, lecz także z uwagi na właściwe spełnienie funkcji, na połączeniach belek z innymi elementami, możliwość uszkodzenia elementów przylegających do konstrukcji, powstania zbyt szerokich rys w strefie rozciąganej np. na powierzchni tynku, w belkach żelbetowych, możliwość utraty szczelności pokrycia dachowego. W przypadku przekroczenia wartości dopuszczalnej (granicznej), przekrój belki trzeba odpowiednio zwiększyć.

## Odkształcenia belek zginanych Linia ugięcia

Maksymalne ugięcia nie mogą przekraczać określonych przepisami wartości zależnych od materiału belki jej rozpiętości i przeznaczenia. Dlatego przy projektowaniu belek należy po sprawdzeniu **stanu granicznego nośności** – obliczeniu potrzebnego przekroju poprzecznego belki należy również sprawdzić maksymalne ugięcie tzn. sprawdzić warunek **stanu granicznego użyteczności** w postaci:

$$u_{max} = w_{max} = f_{max} \leq w_{lim},$$

| Lp. |    | $\alpha$                       | $f$                             |
|-----|---|--------------------------------|---------------------------------|
| 1   |   | $\frac{1}{24} \frac{ql^3}{EI}$ | $\frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$ |
| 2   |  | $\frac{1}{16} \frac{Pl^2}{EI}$ | $\frac{Pl^3}{48EI}$             |

**SGU – stan  
graniczny  
użyteczności**

**Maksymalna  
strzałka ugięcia  
wybranych belek**



Ugięcie maksymalne belki wolno podpartej przy obciążeniu ciągłym wynosi:

$$f_{max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI}$$

Moment maksymalny w tej belce jest równy  $M_{max} = \frac{ql^2}{8}$ .

Wartość tę można wprowadzić do wzoru na ugięcie belki i zapisać go następująco:  $f_{max} = \frac{1}{EI} \cdot \frac{5l^2}{48} \cdot \frac{ql^2}{8}$  lub w innej postaci:

$$f_{max} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_{max} l^2}{EI}$$

Ostatni wzór można stosować do obliczania ugięcia w przypadkach, kiedy obciążenie belki jest złożone i obliczanie ugięcia na podstawie prostych wzorów jest uciążliwe lub niemożliwe. Otrzymany wynik jest wystarczający do obliczeń inżynierskich, chociaż jest obarczony niewielkim błędem.

Przeprowadzając obliczenia ugięć należy szczególną uwagę zwracać, aby wszystkie wielkości występujące we wzorach wyrażać w spójnych („tych samych”) jednostkach, najlepiej w **niutonach [N]** i **milimetrach [mm]**. Obciążenie **q [N/mm]**; moment **M [Nmm]**; rozpiętość **l [mm]**; Moduł Young'a **E [N/mm<sup>2</sup>]** moment bezwładności **I [mm<sup>4</sup>]**. W takiej sytuacji otrzymuje się ugięcie **f w [mm]**.

## Odkształcenia belek zginanych Linia ugięcia

### WZÓR PRZYBLIŻONY DLA BELEK WOLNO PODPARTYCH

### Stan graniczny użyteczności belek stropu drewnianego

$$u_{fin} = u_{fin,G} + u_{fin,Q1} + \sum u_{fin,Qi} \leq u_{net,fin}$$

- Obciążenie stałe g i/lub G

$$u_{fin,G} = u_{inst,G} (1 + k_{def})$$

- Obciążenie zmienne wiodące Q1

$$u_{fin,Q1} = u_{inst,Q1} (1 + \psi_{2,1} k_{def})$$

- Pozostałe obciążenia zmienne

$$u_{fin,Qi} = u_{inst,Qi} (\psi_{0,i} + \psi_{2,i} k_{def}) \quad (i > 1)$$

- Ugięcie graniczne

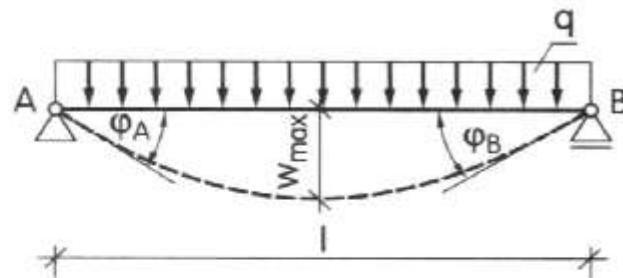
$$w_{net,fin} = \frac{l_0}{300} \quad \text{dla elementów stropów tynkowanych}$$

$$w_{net,fin} = \frac{l_0}{250} \quad \text{dla elementów stropów nie tynkowanych}$$

# SGU

W PROJEKTOWANIU  
KONSTRUKCJI  
DREWNIANYCH





$$u_{inst,G} = \frac{5}{384} \frac{g_k l^4}{E_{0,mean} I_y}; \quad u_{inst,Q} = \frac{5}{384} \frac{q_{k,i} l^4}{E_{0,mean} I_y}$$

$g_k$  – obciążenie stałe o wartości charakterystycznej [N/mm],

$q_{k,i}$  – obciążenie zmienne o wartości charakterystycznej [N/mm],

$l = l_o$  – rozpiętość obliczeniowa belki [mm],

$I_y$  – moment bezwładności przekroju poprzecznego [mm<sup>4</sup>],

Dla przekroju prostokątnego  $b \times h$  moment bezwładności wyraża się wzorem (oś  $y - y$  jest osią obojętną przekroju, wymiar  $h$  jest prostopadły do osi  $y$ ):

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

**Ugięcie chwilowe**  
 **$u_{inst}$  belki**  
**wolnopodpartej**  
**z drewna**  
**o przekroju**  
**prostokątnym**

$E_{0, mean}$  – średni moduł sprężystości podłużnej (wzdłuż włókien) dla danej klasy drewna [ $\text{N/mm}^2$ ],

$$1 \text{ kN/mm}^2 = 1000 \text{ N/mm}^2$$

| Właściwości                                 | Oznaczenie    | Klasa drewna konstrukcyjnego litego, iglastego |     |     |      |     |
|---|---------------|--|-----|-----|------|-----|
|   |               | C18  | C22 | C24 | C27  | C30 |
|   |               | [ $\text{N/mm}^2$ ] $\equiv$ [MPa]             |     |     |      |     |
| Wytrzymałość na zginanie, charakterystyczna | $f_{m,k}$     | 18   | 22  | 24  | 27   | 30  |
| Średni moduł sprężystości wzdłuż włókien    | $E_{0, mean}$ | [ $\text{kN/mm}^2$ ] $\equiv$ [GPa]            |     |     |      |     |
|   |               | 9  | 10  | 11  | 11,5 | 12  |

**Klasy  
wytrzymałości  
drewna iglastego  
konstrukcyjnego  
– wybrane  
charakterystyki**

Tablica 3.2 – Wartości współczynnika  $k_{\text{def}}$  dla drewna i materiałów drewnopochodnych

| Materiał                 | Norma      | Klasa użytkowania |      |      |
|--------------------------|------------|-------------------|------|------|
|                          |            | 1                 | 2    | 3    |
| Drewno lite              | EN 14081-1 | 0,60              | 0,80 | 2,00 |
| Drewno klejone warstwowo | EN 14080   | 0,60              | 0,80 | 2,00 |

Wartość  
współczynnika  
 $k_{\text{def}}$

$$k_{\text{def}} = 0,8$$

Najczęściej jest przyjmowana druga klasa użytkowania konstrukcji.

**KLASA UŻYTKOWANIA DRUGA** – WILGOTNOŚĆ WZGLĘDNA  
OTACZAJĄCEGO POWIETRZA  
MNIEJSZA OD 85%

Wartości współczynników  $\psi_2$  oraz  $\psi_0$  ustala się według normy PN-EN 1990

Tablica A 1.1 – Zalecane wartości współczynników  $\psi$  dla budynków

| Oddziaływania  | $\psi_0$ | $\psi_1$ | $\psi_2$ |
|--|----------|----------|----------|
| Obciążenie zmienne w budynkach, kategoria (patrz EN 1991-1-1)  |          |          |          |
| Kategoria A: powierzchnie mieszkalne   | 0,7      | 0,5      | 0,3      |
| Kategoria B: powierzchnie biurowe  | 0,7      | 0,5      | 0,3      |
| Kategoria C: miejsca zebrania  | 0,7      | 0,7      | 0,6      |
| Kategoria D: powierzchnie handlowe   | 0,7      | 0,7      | 0,6      |
| Kategoria E: powierzchnie magazynowe   | 1,0      | 0,9      | 0,8      |
| Kategoria F: powierzchnie ruchu pojazdów<br>pojazdy $\leq 30$ kN   | 0,7      | 0,7      | 0,6      |
| Kategoria G: powierzchnie ruchu pojazdów<br>30 kN < ciężar pojazdu $\leq 160$ kN   | 0,7      | 0,5      | 0,3      |
| Kategoria H: dachy   | 0        | 0        | 0,0      |
| Obciążenie budynków śniegiem (patrz EN 1991-1-3) <sup>a1</sup>   |          |          |          |
| Finlandia, Islandia, Norwegia, Szwecja   | 0,70     | 0,50     | 0,20     |
| Pozostałe kraje CEN, miejscowości położone na wysokości H > 1000 m ponad poziom morza  | 0,70     | 0,50     | 0,20     |
| Pozostałe kraje CEN, miejscowości położone na wysokości H $\leq$ 1000 m ponad poziom morza   | 0,50     | 0,20     | 0,20     |
| Obciążenie wiatrem (patrz EN 1991-1-4)   | 0,6      | 0,2      | 0        |
| Temperatura (nie pożarowa) w budynku (patrz EN 1991-1-5)   | 0,6      | 0,5      | 0        |
| UWAGA: Wartości $\psi$ mogą być określone w załączniku krajowym<br><sup>a1</sup> Dotyczy krajów nie wymienionych poniżej – patrz miarodajne warunki miejscowe. |          |          |          |

**Wartości współczynników:**

$\psi_2$  oraz  $\psi_0$

**KATEGORIA A:**

**Powierzchnie mieszkalne**

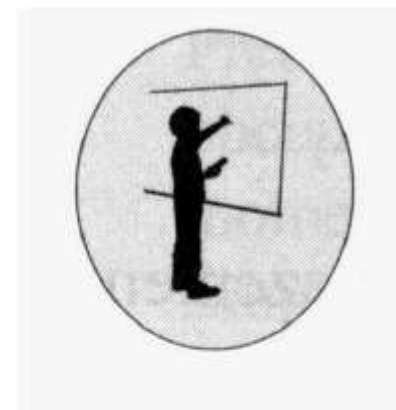
$$\psi_2 = 0,3$$

$$\psi_0 = 0,7$$



## Procedura projektowania drewnianych belek zginanych

1. Aranżacja stropu – rozmieszczenie belek stropowych.
2. Przyjęcie warstw stropu (rodzaj materiału i grubość warstw) oraz wstępnych wymiarów przekroju poprzecznego projektowanej belki.
3. Zestawienie obciążeń o wartości charakterystycznej, najpierw obciążenie powierzchniowe w  $[kN/m^2]$  stałe  $g_k$  i zmienne  $q_k$ , następnie liniowe (ciągłe) na projektowaną belkę w  $[kN/m]$ .
4. Stworzenie (obliczenie) kombinacji STR oddziaływań w trwałej sytuacji obliczeniowej projektowanej belki.
5. Analiza statyczna projektowanego elementu konstrukcyjnego – ustalenie schematu statycznego oraz obliczenie wartości ekstremalnych sił wewnętrznych, przede wszystkim momentu zginającego  $M_y$ .
6. Sprawdzenie stanu granicznego nośności (SGN) projektowanej belki.
7. Obliczenie ugięć – sztywności projektowanej belki (sprawdzenie stanu granicznego użytkowości – SGU).



## PODSUMOWANIE